

doi: 10.11988/ckyyb.20200680

2021, 38(9): 128-132, 140

基于三维点云的结构面产状获取方法研究

冯文凯, 曾唯恐, 程柯力, 易小宇, 焦隆新

(成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 成都 610059)

摘要: 为快速从地质结构面三维点云数据中提取产状信息, 基于 Python 程序设计语言, 编程实现了一套自动拟合平面并计算结构面产状的算法。首先, 介绍了最小二乘法和主成分分析法 2 种算法原理和求解平面方程思路; 其次, 利用 Python 语言分别设计实现了上述算法, 并引入奇异值分解帮助求解主成分向量, 给出了关键代码和程序流程; 最后, 对 2 种算法进行对比和误差分析, 并将平面方程转换为产状信息。将该方法应用于国际公开试验数据, 人工截取指定结构面产状, 计算结果平均值与实际值相比 $<1^\circ$, 最大不超过 2° ; 无监督聚类分割生成的不规则结构面产状计算结果平均值与实际值相比 $<4^\circ$, 最大不超过 8° , 且主成分分析法误差更小。结果表明, 该方法精确度高, 使用简便, 满足工程实际需要。

关键词: 结构面产状; 三维点云数据; 平面拟合; 最小二乘法; 主成分分析法; Python 程序

中图分类号: P642 文献标志码: A

文章编号: 1001-5485(2021)09-0128-05

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Method of Obtaining Structural Plane Occurrence Based on Three-dimensional Point Cloud

FENG Wen-kai, ZENG Wei-kong, CHENG Ke-li, YI Xiao-yu, JIAO Long-xin
(State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection,
Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: To extract rapidly the occurrence information from three-dimensional point cloud data of geological structural plane, we completed a set of algorithms that automatically fit the plane and calculate the structural plane occurrence by programming using Python. First of all, we expounded the principles of least squares and principal component analysis as well as the solution of plane equations; secondly, we designed the above two algorithms using Python language, and introduced singular value decomposition to help solve the principal component vector, and gave the key code and program flow; finally, we compared the two algorithms and analyzed their errors, and converted the plane equation into occurrence information. We then applied the present method to international public experimental data. Results manifested that for specified structural planes manually intercepted, the calculation error of structural plane occurrence was less than 1° on average compared with the actual value, not exceeding 2° ; for irregular structural planes generated by unsupervised clustering segmentation, the calculation error was less than 4° on average compared with the actual value, not exceeding 8° . The error of principal component analysis method was even smaller. The results demonstrated that the present method is of high accuracy and convenience, and hence meeting practical engineering requirements.

Key words: structural plane occurrence; three-dimensional point cloud data; plane fitting; least square method; principal components analysis method; Python

收稿日期: 2020-07-08; 修回日期: 2020-09-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(41977252); 2018年度交通运输行业重点科技项目(2018-ZD5-029)

作者简介: 冯文凯(1974-), 男, 河南原阳人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事区域与岩体稳定性评价教学与研究。E-mail: fengwenkai@cdut.cn

通信作者: 曾唯恐(1995-), 男, 四川前锋人, 硕士研究生, 主要从事工程地质研究。E-mail: 354621154@qq.com

1 研究背景

岩体结构面是岩体内发育的具有不同形态的面状地质界面,对揭露地质体结构有重要意义。传统上的调查方法需要人手持罗盘贴近岩体测量,以获取其几何要素。近年来,随着近景摄影测量、三维激光扫描等技术的发展,实现了远程非接触式地获取结构面点云数据。董秀军等^[1-4]利用三维激光扫描仪调查高陡边坡,并基于 PolyWorks 软件解译结构面,辅助完成地质编录和后期成图。胡伟等^[5]利用近景摄影测量技术试验前后结构面三维形貌数据,分析影响结构面剪切特性因素。周春霖等^[6]基于双目重构技术对岩体结构面进行非接触测量并得到结构面产状。王明常等^[7]以 VirtuoZo 数字摄影测量站为平台提取结构面特征点的三维坐标,利用 Matlab 程序实现岩体结构面信息的快速获取。目前对点云的操作往往要通过特殊的点云处理平台,且这些平台不具备针对地质的专门解决方案,或者存在软件版权的限制,阻碍了技术的推广。

Python 语言作为一种开源的程序设计语言,具备简洁性、可读性、可拓展性等优点。本文利用 Python 语言,并基于最小二乘法、主成分分析法的算法原理^[8-10]构建了一套拟合平面的方法,实现了点云平面坐标向结构面产状的计算,为结构面点云的解译提供了新的轻量化方案。

2 基于 Python 的结构面产状获取流程

利用近景摄影测量、三维激光扫描获取到的结构面数据通常称为点云,它是一系列离散三维点的集合,共同组成了结构面的三维轮廓。为了通过点云数据获取产状信息,首先需要拟合出一个虚拟平面以得到平面方程。

2.1 最小二乘法拟合平面

2.1.1 最小二乘法拟合平面原理

最小二乘法最早出自法国数学家阿德里安,他提出让误差的平方和最小的 y 值就是真值(图 1)。因此,拟合平面的过程可以视作寻求最小化误差下的平面函数。对于组成结构面的起伏的点云,每一个点并不总是精准地落在拟合平面中,我们

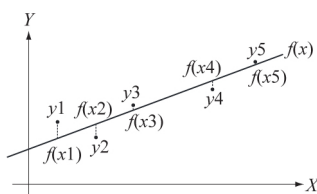


图 1 最小二乘法原理
Fig.1 Principle of ordinary least square

用点到拟合平面的距离在 Z 轴方向上的投影来衡量误差,那么满足该值最小的平面即为所需要的拟合平面。

2.1.2 求解思路

设点云数据集 $Q = (x_i, y_i, z_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 其中 x, y, z 为 3 个维度上的位置坐标。设要求的平面方程为

$$z = ax + by + c \quad (1)$$

式中 a, b, c 均为平面方程参数。

根据最小二乘法定律,各点到平面的距离平方和 S 应为最小,即

$$S = S_{\min} = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + c - z_i)^2 \quad (2)$$

通过求其偏导并设为 0 以求参数,得如下方程组:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i)x_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i)y_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

移项后用矩阵形式表达为

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum z_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)可转换为

$$AX = b \quad (5)$$

在式子两边左乘 A 的逆矩阵 A^{-1} , 则有

$$X = A^{-1}b \quad (6)$$

从而解出平面参数 $X(a, b, c)$ 。

2.1.3 Python 程序流程

本文选择 Python 语言设计算法,Python 具备简洁性、可读性、可拓展性等优点,通过 Numpy 科学计算拓展库,使其具备数值计算的功能。计算步骤如下:

(1) 导入点云数据集 $Q = (x_i, y_i, z_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ 。

(2) 创建其系数矩阵 A 、常数列 b , 其表达式为:

$$A = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & n \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$b = \begin{pmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum z_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

(3) 利用 Python 中 np.linalg.inv() 求逆函数计算 A 的逆矩阵,即

$$A.inv = np.linalg.inv(A) \quad (9)$$

(4) 用 A.inv 点乘 b,解得平面参数 X,其表达式为

$$X = np.dot(A.inv, b) = (a \ b \ c) \quad (10)$$

2.2 主成分分析法拟合平面

2.2.1 主成分分析法拟合平面原理

主成分分析法(Principal Component Analysis, PCA)的核心思想是将一组变量线性变换为另一组不相关的正交变量,使得变换后的第一变量方差最大,其余变量方差依次递减至可以忽略。由于方差代表了信息量,也就意味着第一变量所包含的信息量最大,前几组变量已经包含了绝大部分信息量,足以替换原始变量,最终达到降维的目的。

从几何角度来说,PCA 对点云数据的降维可看作是将点云投影到另一个三维直角坐标系(图 2) 3 个新的坐标轴代表了 3 个最大主成分。如图 2 所示,在新的坐标系下,点云在 X'O'Y'平面上方差值最大,在 Z 轴上方差最小,X'O'Y'平面即为最佳拟合平面,Z 轴方向即为平面法向量。

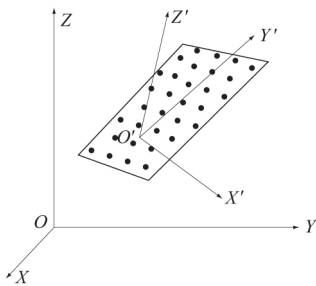


图 2 PCA 变换原理
Fig.2 Principle of principal components analysis

2.2.2 求解思路

对 n 个包含三维坐标信息的点云数据可以用 n×3 的矩阵 X 来表示,即

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

为了求其主成分方向,需要找到样本协方差矩阵 X^TX 的最大 3 个特征向量。由于特征向量具有两两相互正交的特征,因此前 2 个最大的特征向量代表了最大主成分,二者组成了拟合平面。

Python 提供有“np.linalg.eig()”的函数求解特征向量,但对高维数据的暴力求解会导致计算量偏大。而线性代数中的奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)法也能求解特征向量,且不需

要先计算协方差矩阵 X^TX,因此我们引入 SVD 法。

2.2.3 python 程序流程

(1) 导入 n×3 阶点云矩阵 X_{n×3} 并做中心化处理。

(2) 利用 np.linalg.svd() 函数对 X 作奇异值分解,即

$$X.svd = np.linalg.svd(X) \quad (12)$$

得到的 X.svd 对象包含 U, Σ, V^T 三个矩阵, V^T 称为右奇异矩阵,由样本的特征向量所组成,即

$$X.svd = U \Sigma V^T \quad (13)$$

(3) 取右奇异矩阵 V^T 为

$$V^T = X.svd[2] \quad (14)$$

(4) 取右奇异矩阵的第 3 行向量(第三主成分):

$$n = V^T[2] \quad (15)$$

根据前文介绍,点云矩阵的第三主成分即为平面的法向量 n,通过平面法向量可反求得平面方程。

2.3 试验点检验算法

在第 2.2 节中,利用 Python 语言分别构建了最小二乘法、主成分分析法(SVD 分解) 2 种平面拟合算法。为了对比 2 种算法试验效果,生成了 1 000 个虚拟三维点作为试验集,试验点均满足平面方程: 2x+3y+5=z,其平面参数为(2 3 5)。为了模拟出结构面本身的凹凸不平,同时加入了 100 个与平面稍有偏移并呈正态分布的噪声点(图 3)。

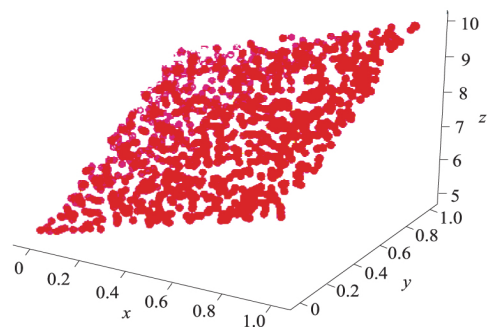


图 3 建立试验点云

Fig.3 Establishment of test point cloud dataset

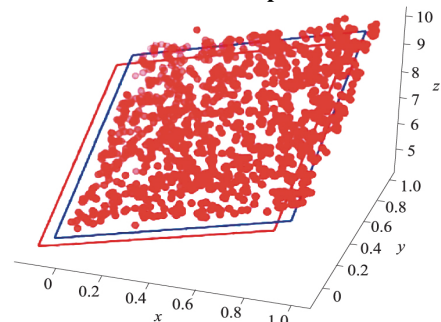


图 4 两种算法拟合结果

Fig.4 Fitting results of two algorithms

用上述试验点拟合平面,拟合结果如图 4 所示,采用最小二乘法得到的平面参数为 (2.047 136, 3.053 119 4.962 118),采用主成分分析法得到的平面参数为 (2.007 714 2.991 216 4.995 733)。

由图 4 可知,利用主成分分析法得到的平面方程更加精确,原因在于在最小二乘法中,需要不断优化误差值 d_1 ,计算的是点与拟合平面在 Z 轴方向上的投影距离(图 5),而实际该值用沿平面法向量上的距离差值 d_2 来衡量更加准确。主成分分析法则规避了这一点。

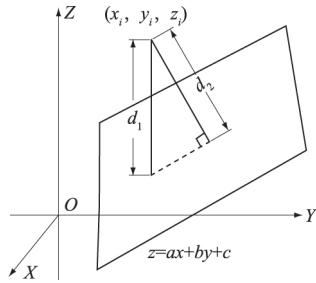


图 5 误差来源

Fig.5 Source of error

2.4 转化为结构面产状

为了满足地质工作要求,需要将前文所获得的平面方程参数转化为结构面产状。

一般来说, X 轴代表了正东方向, Y 轴代表了正北方向, Z 轴指向垂直向上,它们在空间中的对应关系见图 6,图中 $n(n_x, n_y, n_z)$ 为平面的单位法向量。

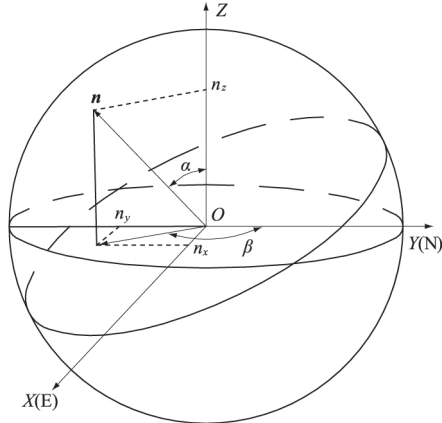


图 6 空间大地直角坐标系

Fig.6 Geodetic coordinate system

根据结构面产状的定义和图中所示几何关系可知,倾角 α 是结构面与水平面间夹角,也即单位法向量 n 在 Z 轴上的分量 n_z 与 Z 轴的夹角。计算公式为

$$\alpha = \arccos(n_z) \quad (16)$$

倾向 β 是其单位法向量 n 在水平方向上的投影与正北方向之间的夹角,根据 n 投影在 XOY 平面上

象限的不同有 4 种情况,其计算公式可化简为如下 2 种:

当 $n_x \geq 0$ 时,

$$\beta = \arccos\left(\frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}\right) \quad (17)$$

当 $n_x \leq 0$ 时,

$$\beta = 2\pi - \arccos\left(\frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}\right) \quad (18)$$

由上述计算过程可知,倾向倾角的求解均需要单位法向量 n 按式(19)求得,其中 a, b, c 为平面方程(式 1)的平面参数。

$$n(n_x, n_y, n_z) = \left(\frac{-a}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}, \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) \quad (19)$$

通过上述理论在 Python 中编程实现了从平面方程向产状的转换,从而完成了结构面点云拟合平面并计算产状的完整过程。

3 实例验证

通过国际公开实验数据验证这套算法的适用性,结构面点云数据采集于美国科罗拉多州乌雷地区一处裸露基岩^[11](图 7)。



图 7 结构面现场照片

Fig.7 Photo of structural planes

3.1 截取点云代入计算

如图 7 所示, J1—J5 分别代表了 5 块产状各异的结构面。运用“cloudcompare”软件平台从点云数据中分别截取对应的结构面点云,导入前程序中

表 1 产状结果对比

Table 1 Comparison of occurrence results

方法	J1	J2	J3	J4	J5
文献 [11] 提供数据	249.04° ∠ 36.66°	172.29° ∠ 83.16°	137.33° ∠ 77.87°	92.96° ∠ 48.74°	288.45° ∠ 68.22°
最小二乘法	248.84° ∠ 34.05°	172.30° ∠ 82.01°	135.68° ∠ 78.17°	92.17° ∠ 46.87°	287.62° ∠ 71.73°
主成分分析法	248.84° ∠ 34.03°	172.37° ∠ 81.85°	135.68° ∠ 77.9°	92.19° ∠ 46.77°	287.53° ∠ 71.31°

注:表中产状数值表示倾向 ∠ 倾角,下同。

进行计算,计算结果与参考文献[11]中结果的对比见表1。

从表1可以看出:对于规则的结构面点云数据,计算结果与实际数据差距 $<2^\circ$,2种方法都有较好的拟合效果。同时观察到,二者之间的差别基本上 $<1^\circ$,但对于倾向较小的缓倾层面,该差值能缩小至 0.1° ,并随着倾向的变大而逐渐增加。其原因如第2.3节所述,是衡量误差的距离值取法不同所致,该问题在平缓结构面上表现得不明显,但差异尚不足以影响工程实际应用。

3.2 结合聚类算法自动计算

上述算法的实施需要事先设置好结构面点云数据,工程人员可以根据自己主观判断计算任意一块结构面,也可以只提取结构面中较为平整的一小块,使得结果更加精准。若是采用无监督聚类算法提前对结构面自动聚类既可以排除该过程的人工干预,同时也能提高整体解译效率。

本文选取谱聚类算法对点云进行无监督分类。该算法同样基于Python实现,这是一种基于图论的聚类方法^[12],能识别任意形状的样本空间且能获得全局最优解,相比于K-Means等常用的聚类算法,能有效应用于三维点云此类非凸分布样本。计算过程需要首先去除点云数据中无关部分,再利用谱聚类算法分簇,结果如图8(坐标轴为3个正交方向)所示,除了J1所在平面不连续而分成了4块后,其余结构面都被较好地识别,呈现较好的分割效果。

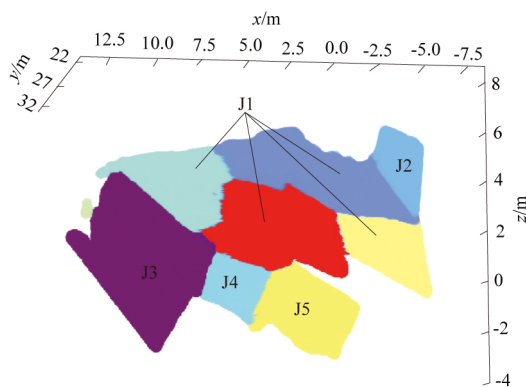


图8 谱聚类分簇结果

Fig.8 Clustering results by spectral clustering

对各组结构面进行循环计算后,得到了2种算法的计算结果,数据对比见表2。

观察表2可以看出,无监督聚类后计算的结构面产状数据较真实数据出现一定偏差,但误差基本 $<5^\circ$,其中J5结构面本身起伏较大,难以估计,故偏差较大。在此方法中,聚类好坏直接影响到结果的准确

性,同时也能看出,在有干扰点被错误聚类到结构面数据中时,主成分分析法较最小二乘法更加稳定。

表2 聚类分簇后产状结果对比

Table 2 Comparison of occurrence results with clustering results

节理组	采用不同方法所得节理产状		
	文献[11]提供数据	最小二乘法	主成分分析法
J1	249.04° ∠ 36.66°	254.6° ∠ 31.36°	247.38° ∠ 34.86°
J2	172.29° ∠ 83.16°	172.18° ∠ 82.27°	172.14° ∠ 82.38°
J3	137.33° ∠ 77.87°	138.67° ∠ 60.17°	138.38° ∠ 79.13°
J4	92.96° ∠ 48.74°	97.5° ∠ 49.8°	97.05° ∠ 52.13°
J5	288.45° ∠ 68.22°	285.81° ∠ 62.62°	289.61° ∠ 75.85°

4 结 论

本文利用Python语言分别构建了传统最小二乘法和主成分分析法(SVD分解)2种算法以计算点云结构面产状。在实例中进行运用并得到以下结论:

(1) 2种方法对于出露条件较好、起伏较小的结构面点云数据均有较好的拟合效果,在点云辅助地质调查中具有广泛应用前景。受误差来源影响,主成分分析法要整体优于最小二乘法。

(2) 由于上述拟合方法的假设前提是待检测的结构面点云本身就是标准的平面,因此当点云数据越趋近于完整平面时,计算结果越好。对于出露条件不好或是扫描数据失真的点云数据,通过该方法计算得到的结果则偏差较大,应及时人工辅助判断。

(3) 应用无监督聚类算法自动给结构面分组能有效提高产状解译速度,减少人为干预工作量,但会增大计算结果的误差。提高聚类算法的准确度能极大优化数据结果,这同时也是未来针对点云结构面的重要研究方向。

参考文献:

- [1] 董秀军,黄润秋.三维激光扫描技术在高陡边坡地质调查中的应用[J].岩石力学与工程学报,2006,25(2):3629-3635.
- [2] 娄国川,赵其华.基于三维激光扫描技术的高边坡岩体结构调查[J].长江科学院院报,2009,26(9):58-61.
- [3] 李万逵.激光扫描在阿尔塔什右岸高边坡稳定性分析中的应用[J].水利与建筑工程学报,2011,9(2):66-72.
- [4] 黄江.三维激光扫描技术在高边坡危岩体调查中的应用与讨论[J].长江科学院院报,2013,30(11):45-49.
- [5] 胡伟,邱爱清,陈胜宏.基于三维形貌分析的结构面剪切试验研究[J].长江科学院院报,2017,34(9):91-98.
- [6] 周春霖,朱合华,赵文.双目系统的岩体结构面产状非接触测量方法[J].岩石力学与工程学报,2010,29(1):111-117.

(下转第140页)

- 性试验研究[J]. 水利学报, 2017, 48(10): 1175-1184.
- [7] 周科平, 李杰林, 许玉娟, 等. 基于核磁共振技术的岩石孔隙结构特征测定[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(12): 4796-4800.
- [8] 周科平, 李杰林, 许玉娟, 等. 冻融循环条件下岩石核磁共振特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 731-737.
- [9] 钟祖良, 罗玮坤, 刘新荣, 等. 基于核磁共振技术的酸性环境下灰岩力学特性劣化试验[J]. 煤炭学报, 2017, 42(7): 1740-1740.
- [10] 宋勇军, 张磊涛, 任建喜, 等. 基于核磁共振技术的弱胶结砂岩干湿循环损伤特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(4): 825-831.
- [11] YUE F M, SHENG L L, YAN Q W. Acoustic Emission Testing Method for the Sleeve Grouting Compactness of Fabricated Structure[J]. Construction and Building Materials, 2019, 221: 800-810.
- [12] EBRAHIMIAN Z, AHMADI M. Wavelet Analysis of Acoustic Emissions Associated with Cracking in Rocks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2019, 217: 1-10.
- [13] RONG X S, LI M Q, EN L Z. Experimental Study on Frequency and Amplitude Characteristics of Acoustic Emission During the Fracturing Process of Coal under the Action of Water[J]. Safety Science, 2019, 117: 320-329.
- [14] 张磊, 贾奇峰, 贾炳, 等. 煤样加载过程声发射特征及变形演[J]. 煤炭技术, 2017, 36(7): 76-78.
- [15] 张国凯, 李海波, 王明洋, 等. 单裂隙花岗岩破坏强度及裂纹扩展特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(增刊1): 2760-2771.
- [16] KACHANOV L M. On the Time to Failure under Creep Conditions[J]. Izv. Akad. Nauk, 1958(8): 26-31.
- [17] 李新平, 路亚妮, 王仰君. 冻融荷载耦合作用下单裂隙岩体损伤模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(11): 2307-2315.
- [18] 张全胜, 杨更社, 任建喜. 岩石损伤变量及本构方程的新探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 31-34.
- [19] 袁璞, 马冬冬. 干湿循环与动载耦合作用下煤矿砂岩损伤演化及本构模型研究[J]. 长江科学院院报, 2019, 36(8): 119-124.
- [20] 樊水龙. 基于SEM的干湿循环蚀变花岗岩分形特征与力学特性演化规律[J]. 长江科学院院报, 2020, 37(3): 102-107.

(编辑: 王 慰)

(上接第 132 页)

- [7] 王明常, 徐则双, 王凤艳, 等. 基于摄影测量获取岩体结构面参数的概率分布拟合检验[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2018, 46(6): 1898-1906.
- [8] 李明磊, 李广云, 王力. 点云平面拟合新方法[J]. 测绘通报, 2012(增刊): 84-87.
- [9] 潘国荣, 秦世伟, 蔡润彬, 等. 三维激光扫描拟合平面自动提取算法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2009, 37(9): 1250-1255.
- [10] 官云兰, 程效军, 施贵刚. 一种稳健的点云数据平面拟合方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2008, 26(7): 981-984.
- [11] RIQUELME A J, ABELLÁN A, TOMÁS R, et al. A New Approach for Semi-automatic Rock Mass Joints Recognition from 3d Point Clouds[J]. Computers & Geosciences, 2014(68): 38-Y52.
- [12] 蔡晓妍, 戴冠中, 杨黎斌. 谱聚类算法综述[J]. 计算机科学, 2008, 35(7): 14-18.

(编辑: 黄 玲)

刊号: $\frac{\text{ISSN } 1001-5485}{\text{CN } 42-1171/\text{TV}}$

国外代号: MO799