

# 考虑颗粒破碎效应的粒状材料本构研究：进展及发展

尹振宇<sup>1,2</sup>, 许强<sup>2</sup>, 胡伟<sup>2</sup>

(1. 上海交通大学土木工程系, 上海 200240; 2. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

**摘要:** 颗粒破碎会引起材料的压缩性变大及强度软化, 因此颗粒破碎对粒状材料力学特性影响的研究非常重要。首先从试验研究方面着手, 总结了颗粒破碎的描述方法、不同加载条件下(一维及等向压缩、三轴剪切、扭剪及单剪)应力应变的颗粒破碎效应; 接着总结了考虑颗粒破碎效应的粒状材料力学本构模拟方法, 即一维及等向压缩模型、三轴剪切模型及基于离散元法的微观土力学模型。最后, 通过大量试验结果分析并结合笔者近年来的研究成果, 指出可破碎颗粒材料在应力应变过程中的颗粒级配变化可由修正相对破碎指数来表示, 可通过塑性功来确定, 且塑性功确定法的优越性还体现在循环加载下的累积破碎评价; 然后再通过修正相对破碎指数, 来确定临界状态线的位置, 进而可通过当前状态与临界状态线的相对位置来评价颗粒破碎对颗粒材料力学特性的影响。所提出的以修正相对破碎指数为关键变量的本构方程可直接应用于考虑颗粒破碎效应的粒状材料静动力本构模型的开发。

**关键词:** 砂土; 颗粒破碎; 颗粒级配; 塑性功; 临界状态线; 循环加载

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)12-2170-11

**作者简介:** 尹振宇(1975-), 男, 浙江瑞安人, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事土体本构关系的建立及应用方面的研究与教学工作。E-mail: zhenyu.yin@gmail.com。

## Constitutive relations for granular materials considering particle crushing: review and development

YIN Zhen-yu<sup>1,2</sup>, XU Qiang<sup>2</sup>, HU Wei<sup>2</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 2. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

**Abstract:** Particle crushing often results in more compressibility and less strength for granular assemblies. Therefore, the researches on the influences of particle crushing on the mechanical behavior of soils are important. First, experimental studies are summarized, including the descriptive methods for particle crushing and the impact of breakage on the stress-strain relationship under different loading conditions (one-dimensional and isotropic compression, triaxial shearing, torsional and simple shearing, etc.). Then, different modeling methods are summarized: compression model, three-dimensional model and discrete element method-based modeling. Finally, through experimental investigations and the authors' researches in recent years, it is noted that the modified relative breakage index can be well adopted to represent the change of grain size distribution due to particle crushing during stress-straining. This index can be determined by using plastic work which has advantages for the condition of cyclic loadings. Then by using this index to determine the position of the critical state line (CSL), the influences of particle crushing on mechanical behavior can be estimated comparing the position of CSL with the current stress state. All the proposed constitutive equations relating to the modified relative breakage index can be directly applied to developing constitutive models under both monotonic and cyclic loadings.

**Key words:** sand; particle crushing; grain size distribution; plastic work; critical state line; cyclic loading

## 0 引言

颗粒状土材料(堆石、砂石、砂土等)被广泛应用于土木工程的各个领域,如大型堆石坝、碎石路基、铁路道砟等等。同时,颗粒状土也是各类岩土工程的地基材料,如水利、海洋、交通、建筑等工程。粒状土在受静、动荷载作用下会产生颗粒破碎,如在三峡

工程建设中填筑材料花岗岩风化料有时破碎率达到

基金项目: 2011年上海市浦江人才计划项目(11PJ1405700); 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金项目(SKJGP2011K013); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(201100Z3120012)  
收稿日期: 2011-11-15

20%<sup>[1]</sup>, 再如近海钙质砂在海洋工程结构物和波浪荷载的共同作用下产生颗粒破碎<sup>[2-3]</sup>。颗粒破碎往往会引起材料的压缩性变大及强度软化, 进而引发大变形, 并最终导致结构整体失稳破坏。基于标准试验的材料参数由于在颗粒破碎方面考虑不足, 以此为依据的设计往往会导致设计标高难于达到或引发工程事故, 如巴西 Canoas Novos 大坝设计高度 202 m, 投资 6.7 亿美元, 在大坝的底部产生了大量颗粒破碎而引发了整体破坏 (见图 1)<sup>[4]</sup>。



图 1 Canoas Novos 混凝土面板堆石坝

Fig. 1 Concrete faced rockfill dam of Canoas Novos

因此, 颗粒破碎对粒状材料的力学特性造成的影响不容忽视。由此, 颗粒破碎与力学性质的关系在土力学中逐渐成为一个新课题。

本文从试验研究和本构模拟两方面展开, 重点讲述考虑颗粒破碎效应的粒状土材料的力学本构方面的研究进展, 并结合笔者最近的一些研究成果, 阐述如何把颗粒级配的变化作为中间变量来连接外力施加情况 (静/动力) 与材料力学特性变化的最新进展 (见图 2)。

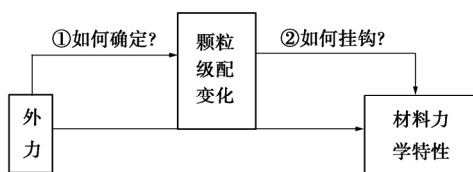


图 2 外力、颗粒级配变化及材料力学特性关系示意图

Fig. 2 Illustration of relationship among external force, grading change and mechanical properties

## 1 试验研究

### 1.1 颗粒破碎的描述

粒状土材料在发生颗粒破碎后, 其颗粒级配也会相应变化。反过来, 在颗粒级配曲线上取特征值, 这些特征值的变化便可用来描述颗粒级配的变化。基于此, 颗粒破碎的描述方法一般有以下儿种:

(1) Lee 等<sup>[5]</sup>定义了  $B_{15}=D_{15i}/D_{15f}$  ( $D_{15}$  为重量百分比在 15% 时的颗粒粒径, 下标  $i$  表示试验前的初始

试样, 下标  $f$  表示试验后的试样, 见图 3 (a)) 来描述颗粒破碎对颗粒级配的影响。因此, 假设存在着颗粒破碎极限<sup>[6-7]</sup>,  $B_{15}$  的数值随着破碎的增加从 1 变化到一个很大的数值。

(2) Marsal<sup>[8]</sup>在试验前后的两条颗粒级配曲线上取某一粒径下百分比相差最大的距离 ( $R$ ) 来描述破碎程度。在初始颗粒粒径均一的情况下, 此描述方法便无法应用; 在颗粒级配曲线及变化均较理想时, 此颗粒破碎量的大小便为当前颗粒级配曲线上取初始颗粒级配最小粒径 ( $D_0$ ) 所对应的重量百分比 ( $R$ )。假设存在着颗粒破碎极限<sup>[6-7]</sup>,  $R$  的数值随着破碎的增加从 0 变化到一个小于 1 的数 (见图 3 (b))。

(3) Hardin<sup>[9]</sup>定义了破碎潜能  $B_p$  (初始颗粒级配曲线与粉土最大粒径线 0.074 mm 之间的面积, 见图 3 (c)) 和总破碎量  $B_t$  (初始颗粒级配曲线与试验后颗粒级配曲线之间的面积) 进而提出了相对破碎的概念  $B_r=B_t/B_p$ 。由于极限颗粒破碎的存在,  $B_r$  的数值随着破碎的增加从 0 变化到一个小于 1 的数。

(4) Lade 等<sup>[10]</sup>指出  $D_{10}$  (重量百分比在 10% 时的颗粒粒径, 见图 3 (d)) 的重要性, 尤其在砂土的渗透系数方面, 为此提出了基于  $D_{10}$  变化的相对破碎概念  $B_{10}=1-D_{10f}/D_{10i}$ 。假设存在着颗粒破碎极限<sup>[6-7]</sup>,  $B_{10}$  的数值随着破碎的增加从 0 变化到一个小于但比较接近于 1 的数。

(5) Biarez 等<sup>[11]</sup>在试验前后的两条颗粒级配曲线上分别量取不均匀系数  $C_u=D_{60}/D_{10}$ , 其变化大小可对应于颗粒破碎程度。假设存在着颗粒破碎极限<sup>[6-7]</sup>,  $C_u$  的数值随着破碎的增加从其初始值变化到一个大于初始值的数 (见图 3 (e))。

(6) Nakata 等<sup>[12]</sup>在试验后的颗粒级配曲线上取初始颗粒级配最小粒径 ( $D_0$ ) 所对应的重量百分比 (假定为  $R$ ), 并用此百分比定义了破碎因子  $B_f=1-R/100$  来描述颗粒破碎程度 (见图 3 (f))。

(7) Einav<sup>[13]</sup>在 Hardin 的相对破碎概念的基础上去除了粉土最大粒径线 0.074 mm 的限制, 引入了极限颗粒级配曲线<sup>[6-7]</sup>, 修正了破碎潜能  $B_p^*$  和总破碎量  $B_t^*$ , 进而提出了修正相对破碎概念  $B_r^*=B_t^*/B_p^*$ 。对于不同材料, 修正  $B_r^*$  的数值范围均从 0 变化到 1 (见图 3g)。

(8) Muir Wood 等<sup>[14]</sup>基于最大颗粒粒径线、初始颗粒级配曲线、试验后的颗粒级配曲线及极限颗粒级配曲线, 定义了级配状态指数  $I_G$ , 即试验后的颗粒级配曲线与最大颗粒粒径线所围的面积 ( $B'_t$ ) 除以极限颗粒级配曲线与最大颗粒粒径线所围的面积 ( $B'_p$ )。因此, 级配状态指数  $I_G$  的增加意味着颗粒破碎程度的增大。在初始颗粒粒径均一的情况下,  $I_G$  的数值随着

破碎的增加从 0 变化到 1；在初始颗粒粒径不均一的情况下， $I_G$  的初始值随材料的不同而不同，但随着破碎的增加均会变化到 1（见图 3（h））。

综上所述，对于不同可破碎粒状材料，破碎因子  $B_{15}$ 、 $R$ 、 $B_r$ 、 $B_{10}$ 、 $C_u$ 、 $B_f$  的最大值均不同，且仅抓住某一指定颗粒粒径的变化，以偏盖全。因此，如采用这些因子来评价比较不同材料的破碎程度将存在不统一的问题，但表达较为简单、实用。对于不同或相同的粒状材料存在不同的初始颗粒级配时， $I_G$  的初始值会不同，但随着破碎的增加均会变化到 1，因此在评价比较破碎程度时也有着不统一的问题，但抓住了整体颗粒级配的变化，较为完整。相对而言，修正相对破碎指数  $B_r^*$  针对不同材料在破碎过程中均能从 0 变化到 1，因此在评价比较材料的破碎程度时较为统一，且同时抓住了整体颗粒级配的变化。

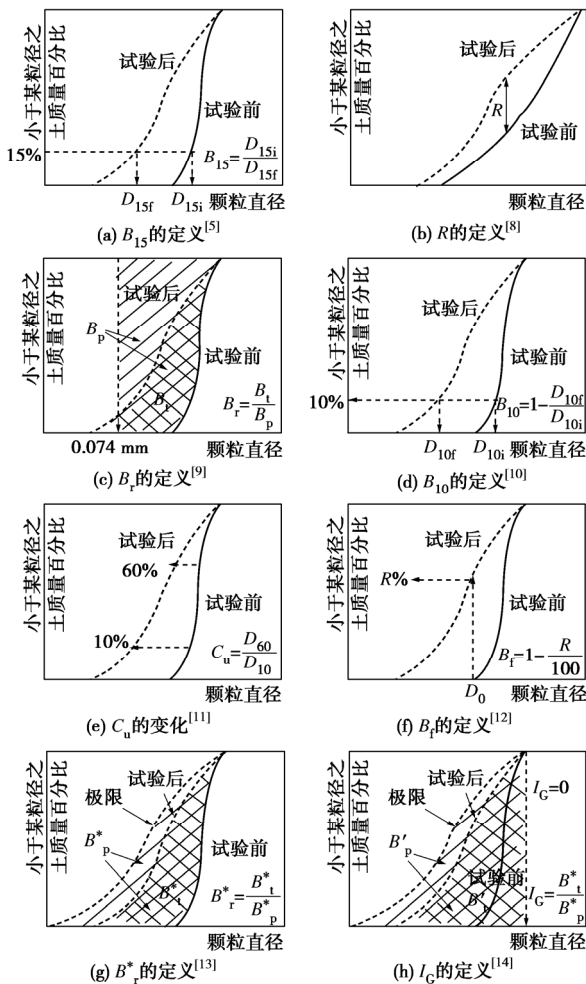


图 3 不同颗粒破碎描述方法定义的示意图

Fig. 3 Illustration for different definitions of particle crushing amount

### 1.2 一维及等向压缩条件下的试验研究

McDowell<sup>[6]</sup>针对不同主要粒径的石英砂 ( $d=0.5, 1, 2 \text{ mm}$ ) 进行了单颗粒压碎和一维压缩试验，研究

了 Weibull 分布系数，并指出颗粒破碎到一定的程度其级配曲线将不再变化。这时，级配变化的分形维数 (fractal dimension) 为 2.5。Valdes 等<sup>[15]</sup>针对 Ottawa 砂 ( $C_u=1.2, D_{50}=0.72$ ) 进行了一维压缩试验，研究了压缩应力、孔隙比变化与颗粒级配变化之间的关系。

黄文竟<sup>[1]</sup>采用武汉石英砂 ( $C_u=2.84, D_{60}=0.71 \text{ mm}, D_{50}=0.49 \text{ mm}, D_{10}=0.25 \text{ mm}$ ) 进行了一维压缩试验，研究了压缩应力、孔隙比变化与颗粒级配变化之间的关系。常俊等<sup>[16]</sup>配制了不同级配、不同粒径的南京砂试样，研究表明颗粒破碎程度随所受压力和颗粒粒径增加而增大，且颗粒级配越差颗粒破碎率越高。张季如等<sup>[17]</sup>通过一维压缩试验研究了高压应力下武汉石英粗砂和细砾的颗粒破碎特性，基于分形模型和粒径分布资料，研究颗粒的破碎分形。张家铭等<sup>[2]</sup>进行的南海钙质砂 ( $e_{\max}=1.46, e_{\min}=1.09, C_u=2.02, D_{60}=0.42 \text{ mm}, D_{50}=0.377 \text{ mm}, D_{10}=0.208 \text{ mm}$ ) 一维压缩试验，研究了压缩应力、孔隙比变化与颗粒级配变化之间的关系。

以上研究在如何确定压缩过程中的颗粒破碎量方面还存在着不足之处。

### 1.3 三轴剪切条件下的试验研究

Lade 等<sup>[10]</sup>针对 Combria 砂 ( $e_{\max}=0.792, e_{\min}=0.503, D_{50}=1.66 \text{ mm}, C_u=1.3$ ) 进行了一维压缩和压缩和拉伸条件下的三轴排水、不排水剪切试验，研究了  $D_{10}$  的变化对于力学性能和渗透系数的重要性，并提出了破碎因子  $B_{10}$  的概念。Nakata 等<sup>[12]</sup>针对日本 Aio 砂 ( $e_{\max}=0.985, e_{\min}=0.706, D_{50}=1.91 \text{ mm}$ ) 进行了单颗粒压缩、一维压缩和三轴排水剪切试验，研究了存活机率曲线同应力水平和级配变化的关系，并提出了破碎因子  $B_f$  的概念。Hyodo 等<sup>[18]</sup>针对日本 Aio 砂 ( $e_{\max}=0.958, e_{\min}=0.582, C_u=2.74$ ) 进行了等向压缩、不排水压缩和拉伸条件下的剪切及不同围压和偏压水平下的三轴不排水循环载荷试验，研究表明在高围压下颗粒破碎随着循环次数的增加而增加。McDowell 等<sup>[6]</sup>针对石英砂 ( $e_{\max}=0.881, e_{\min}=0.632$ ) 进行了不同应力路径的三轴排水压缩和剪切试验，研究了颗粒表面积、塑性功与塑形硬化变量之间的关系，并建立了一个颗粒破碎临界面；并指出很大一部分的塑性功在颗粒摩擦过程中消散掉了。Donohue 等<sup>[19]</sup>针对钙质砂 Dog's Bay Sand ( $e_{\max}=1.86, e_{\min}=1.17, D_{50}=0.33 \text{ mm}$ ) 进行了不同围压和偏压水平下的三轴排水循环载荷试验，研究表明颗粒破碎随着循环次数的增加而增加。Indraratna 等<sup>[20]</sup>针对铁路道砟进行了三轴排水循环载荷试验，研究了颗粒破碎对道砟材料回弹模量的影响。Karimpour 等<sup>[21]</sup>针对 Virginia 砂 ( $e_{\max}=0.759, e_{\min}=0.532, D_{50}=0.638 \text{ mm}, C_u=1.4$ ) 进行了三轴压缩

条件下的不同加载速度剪切、蠕变及应力松弛试验, 研究了时间同颗粒破碎之间的关系, 指出粒状材料的时效特征同颗粒破碎密切相关。

刘崇权等<sup>[3]</sup>进行了南海钙质砂 ( $e_{\max}=2.97$ ,  $e_{\min}=0.8$ ) 三轴排水剪切试验, 结果表明破坏包线 ( $\phi$  角) 随围压的增高而降低。刘汉龙等<sup>[22]</sup>和杨光等<sup>[23]</sup>利用室内大型三轴试验对堆石等粗粒料的颗粒破碎进行了分析, 结果表明颗粒破碎率随围压的增加而增加, 呈非线性状态。颗粒破碎的增加将导致粗粒料的抗剪强度降低。张家铭等<sup>[2]</sup>进行三轴剪切试验, 分析了钙质砂颗粒破碎与剪胀对其抗剪强度的影响。试验结果表明, 颗粒破碎与剪胀对钙质砂强度有着重要影响, 低围压下剪胀对其强度的影响远大于颗粒破碎, 随着围压的增加, 钙质砂颗粒破碎加剧, 剪胀影响越来越小, 而颗粒破碎的影响则越来越显著; 颗粒破碎对强度的影响随着围压的增大而增大, 当破碎达到一定程度后颗粒破碎渐趋减弱, 其影响也渐趋于稳定。

以上研究很好地总结了颗粒破碎对材料力学性能的影响, 但在如何建立同时适用于静力及动力作用下的颗粒破碎程度的大小, 及如何解释颗粒破碎对应力-应变产生影响等方面还存在着不足之处。

#### 1.4 扭剪及单剪条件下的试验研究

Coop 等<sup>[7]</sup>应用环剪仪, 对钙质砂 Dog's Bay Sand ( $C_u=2.75$ ,  $D_{50}=0.24$  mm) 在不同的法向应力水平下进行了大剪切应变水平的试验, 研究了剪切过程中的颗粒破碎状况及极限颗粒破碎。Tarantino 等<sup>[24]</sup>应用单剪仪, 对钙质砂 Dog's Bay Sand 在不同的法向应力水平下进行了小剪切应变的试验, 并研究了颗粒破碎状况。Valdes 等<sup>[15]</sup>针对 Ottawa 砂和钙质砂的混合砂土做了单剪试验, 结果表明在低围压下砂土的力学性能主要受颗粒形状影响, 在高围压下砂土的力学性能主要受颗粒破碎影响。

杨仲轩等<sup>[25]</sup>应用环剪仪, 对 Fontainebleau 砂 ( $e_{\max}=0.9$ ,  $e_{\min}=0.51$ ,  $C_u=1.53$ ,  $D_{60}=0.23$  mm,  $D_{50}=0.21$  mm,  $D_{10}=0.15$  mm) 在不同的法向应力水平下进行了大剪切应变水平的试验, 研究了剪切过程中的颗粒破碎状况。周杰等<sup>[26]</sup>应用高压直剪仪, 对福建标准砂 ( $e_{\max}=0.816$ ,  $e_{\min}=0.484$ ,  $C_u=1.5$ ,  $D_{60}=0.42$  mm,  $D_{10}=0.28$  mm) 进行了抗剪强度试验, 试验结果表明, 高应力下砂土的抗剪强度受法向应力和剪切速率的共同影响。当法向应力较小时, 砂土抗剪强度与剪切速率基本无关; 但是当法向应力较大时, 较快剪切速率条件下的砂土抗剪强度变小。

以上研究很好地总结了剪切条件下的颗粒破碎与抗剪强度的相互关系, 但在如何确定外力作用下颗粒破碎程度的大小, 及其对剪切性能的影响等方面同样

存在着不足之处。

## 2 本构模拟

### 2.1 一维及等向压缩模型

Pestana 等<sup>[27]</sup>在边界面塑性理论基础上提出当前孔隙率在  $\lg e - \lg p$  坐标上的极限受压线上取镜像点, 通过当前应力与极限受压线上镜像点应力的的大小来量测当前状态与镜像点状态的距离, 进而确定塑性应变的大小。但模型不能直接反映颗粒破碎引起的级配变化。Einav<sup>[13]</sup>基于连续介质损伤力学理论, 构建了破碎能量及消散相关的损伤因子, 提出了弹性破碎能量本构关系, 并进一步发展弹塑性破碎能量本构关系。模型仅适用于模拟一维及等向压缩试验。Sheng 等<sup>[28]</sup>基于  $\lg e - \lg p$  的曲线, 提出了等向压缩模型, 且模型参数可从双对数曲线上量取, 但模型不能直接反映颗粒破碎引起的级配变化。

以上模型均能较好地描述一维或等向压缩试验, 其中 Einav 的模型不仅物理概念清晰, 还直接引入了颗粒破碎引起的级配变化变量, 在反映应力-应变关系的同时还可以描述相应的颗粒级配曲线, 对三维本构模型的发展有借鉴意义。

### 2.2 三维本构模型

基于以上试验结果及理论分析而建立三维本构模型的方法大致可分为四类:

#### (1) 直接修正塑性硬化和剪胀关系的模拟方法

孙德安等<sup>[29]</sup>、姚仰平等<sup>[30-31]</sup>在剑桥模型及边界面塑形的理论框架下, 通过修正硬化变量和临界状态线的斜率  $M$  来引入颗粒破碎效应, 进而提出本构模型。申存科等<sup>[32]</sup>将塑性功引入土体受力变形过程的能量方程中, 推导得到含有破碎效应的土体剪胀方程, 建立了一个考虑颗粒破碎的粗粒土本构模型。孙海忠等<sup>[33]</sup>研究了颗粒破碎对硬化准则和剪胀性的影响, 提出了修正后的硬化准则和剪胀方程, 并基于有效塑性功的概念, 建立了考虑颗粒破碎的粗粒土临界状态弹塑性本构模型。

#### (2) 基于损伤力学引入损伤因子的模拟方法

汪稔等<sup>[34]</sup>采用边界面模型, 在弹性应力-应变关系上引入颗粒破碎损伤因子。孙吉主等<sup>[35]</sup>引入临界状态线的概念提出了双屈服面模型。米占宽等<sup>[36]</sup>基于岩土破坏力学二元介质模型概念的基础上, 将堆石体视为结构体和破损带组成的二元介质, 建立了颗粒破碎率和破损参数之间的关系, 提出了可以考虑颗粒破碎的堆石体本构模型。

#### (3) 高低围压下的分段临界状态线的模拟方法

Russell 等<sup>[37]</sup>在剑桥模型及边界面塑形理论框架下, 通过构建由三分段组成的临界状态线来描述不同

应力水平下及不同颗粒破碎情况下的极限状态位置,进而提出本构模型以考虑颗粒破碎效应。

#### (4) 临界状态线漂移的模拟方法

Simonini<sup>[38]</sup>在 Mohr-Coulomb 和临界状态线的基础上,引入颗粒破碎相关的压缩临界面来描述高应力下颗粒破碎造成的压缩应变的增加。Daouadji 等<sup>[39]</sup>基于颗粒破碎引起最大和最小孔隙比的变化,进而提出临界状态线随颗粒破碎漂移的假设,在本构模型上采用修正塑性功的累计来描述临界状态线漂移的大小。Cecconi 等<sup>[40]</sup>在剑桥模型的理论框架下,引入摩擦角、屈服面大小及形状随累计塑性应变降低或改变,提出本构模型以考虑颗粒破碎效应。Kikumoto 等<sup>[41]</sup>引入临界状态线随破碎指数  $I_G$  移动,而  $I_G$  随着破碎临界面的扩展而变化,来考虑颗粒破碎效应。

以上模型均能较好地描述三维应力条件下的静力剪切试验。值得一提的是,Simonini<sup>[38]</sup>和 Kikumoto 等<sup>[41]</sup>的模型直接引入颗粒级配变量  $B_r, I_G$  与破碎临界面的扩张的关系,在反映应力-应变关系的同时还可以描述相应的颗粒级配曲线。然而,破碎临界面的大小在循环荷载作用下仅仅相对于最大应力状态做最大的扩张,而对累计塑性应变不做变化,因此针对动力问题在循环累积破碎的描述方面尚有不足之处,有待于深入研究。

笔者<sup>[42]</sup>应用临界状态线漂移的模拟方法,在临界

状态塑性模型的框架下提出了考虑颗粒破碎效应的本构模型。不同于之前的研究,此模型构建了颗粒级配变量  $B_r^*$  随塑性功而演化及临界状态线随  $B_r^*$  而演化的本构方程。因此,模型在反映应力-应变关系的同时也可以描述相应的颗粒级配曲线(见图4)。另外,由于塑性功在循环荷载变形下可累计,因此针对动力作用下循环累积破碎的描述,具有可行性。

#### 2.3 离散元模拟

Cheng 等<sup>[43]</sup>用 PFC<sup>3D</sup> 的接触黏结和平行黏结模型模拟了粒状材料的一维压缩、三轴压缩及三轴剪切试验,并研究了颗粒破碎相关的屈服面、临界状态线。Lobo-Guerrero 等<sup>[44]</sup>用 PFC<sup>2D</sup> 的接触黏结和平行黏结模型模拟了粒状材料的一维压缩和三轴剪切试验,研究表明颗粒破碎最终可以达到一个极限颗粒级配,并且宏观摩擦角随着颗粒破碎的增加而降低。史旦达等<sup>[45]</sup>用 PFC<sup>2D</sup> 的接触黏结模型重现了日本 Toyoura 砂一维压缩试验并研究了侧压力系数变化规律。

在模拟粒状材料的力学本构方面尤其是解释微观机理方面,离散元法有一定的优越性,比如可以统计及描述微观结构、接触力链等的变化。然而,由于颗粒破碎产生大量的细颗粒,对目前的计算机性能是个很大的挑战,尚无法进行较大尺度岩土工程的模拟。

#### 2.4 岩土工程应用

目前,颗粒破碎在岩土工程中的应用主要集中在

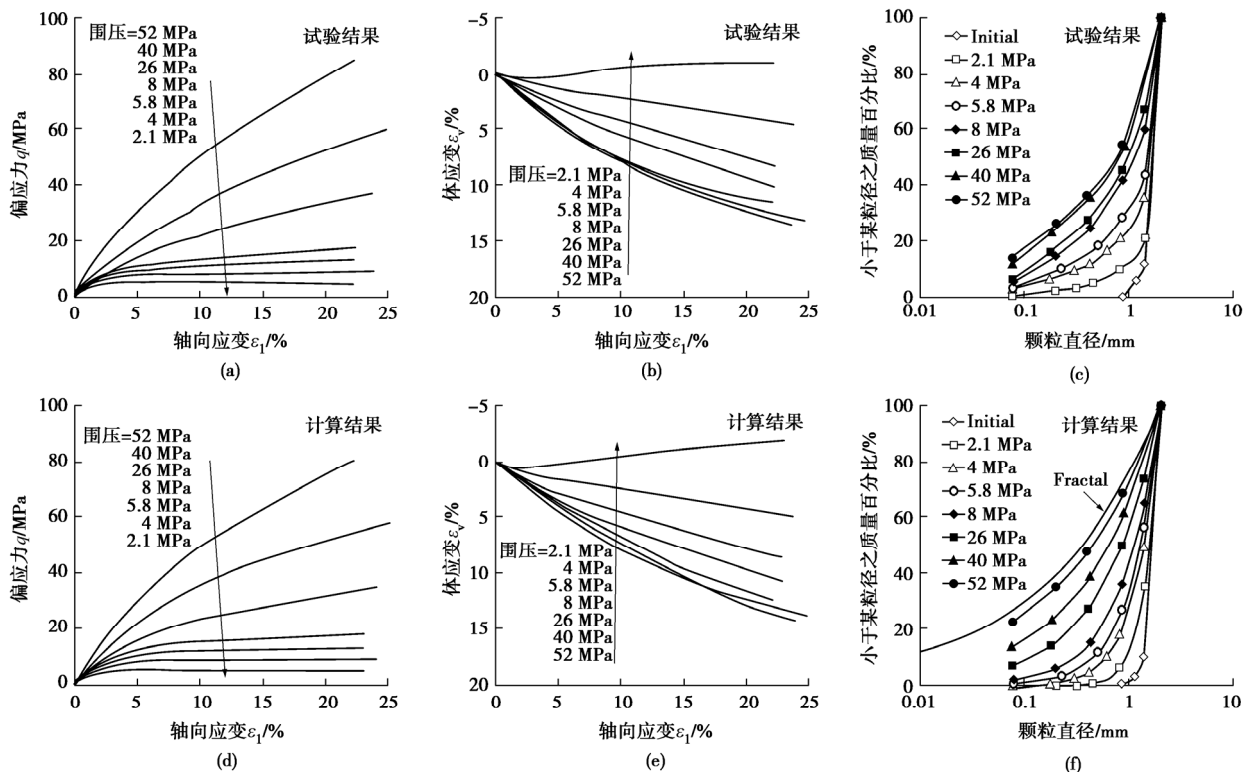


图4 Combria 砂在不同围压下常规三轴排水试验结果与计算结构的比较(见 Hu 等<sup>[42]</sup>)

Fig. 4 Comparisons between experimental and calculated results of conventional drained triaxial tests under various confining stresses for Combria sand (after Hu et al.<sup>[42]</sup>)

抗剪强度、剪胀性等的分布状况研究; Lobo-Guerrero 等<sup>[44]</sup>用 PFC<sup>2D</sup> 模拟了桩基在可破碎砂土中的打入, 展示了砂土颗粒破碎可导致桩的贯入阻抗性能的降低; 杨仲轩等<sup>[25]</sup>建立室内模型量测了桩在打入砂土层后造成的桩尖及桩周砂土的颗粒破碎, 并总结出桩周不同距离范围内有不同程度的颗粒破碎。另外, Deluzarche 等<sup>[46]</sup>用 PFC<sup>2D</sup> 模拟了 20 m 高的堆石坝的施工及工后过程中堆石块破碎对坝体稳定性的影响。

然而, 目前考虑颗粒破碎的宏观力学模型还有待于进一步发展, 以广泛应用于水利、建筑及海洋等岩土工程。

### 3 几个重要的实验现象总结及结果

综上所述, 如何确定静力及动力载荷作用下颗粒破碎的大小, 及如何解释颗粒破碎对应力-应变产生影响, 是正确认识及模拟考虑颗粒破碎效应的粒状材料力学本构关系的关键所在。

#### 3.1 静动力载荷下颗粒级配变化的塑性功描述法

一些研究者指出颗粒破碎量的大小与输入能量相关<sup>[10, 13, 23, 39]</sup>。为此, 笔者借助 Cambria 砂试验结果建立了考虑颗粒破碎效应的砂土静力本构模型<sup>[42]</sup>。此模型的一个核心内容在于塑性功 ( $w_p = \int p' d\varepsilon_v^p + q d\varepsilon_d^p$ ) 与修正相对破碎指数 ( $B_r^*$ ) 的本构方程:

$$B_r^* = \frac{w_p}{a + w_p} \quad (1)$$

式中, 参数  $a$  可控制颗粒破碎随塑性功的变化速度, 同时  $a$  值的大小也隐含了对颗粒破碎不起作用的颗粒间摩擦消耗掉的一定量的塑性功。

为了修正此本构方程以适用于一般砂土, 笔者搜集了不同砂土的试验资料, 参照文献<sup>[42]</sup>的方法整理出修正相对破碎指数与塑性功的关系, 如图 5 (a) 所示: 花岗岩质砂 ( $D_{50}=0.85$  mm,  $C_u=2$ , Kim<sup>[47]</sup>)、Cambria 砂 ( $D_{50}=1.66$  mm,  $C_u=1.3$ , Yamamuro 等<sup>[48]</sup>、Lade 等<sup>[49]</sup>、Bopp 等<sup>[50]</sup>)、Sydney 砂 ( $D_{50}=0.31$  mm,  $C_u=1.83$ , Russell 等<sup>[37]</sup>)、Hostun 砂 ( $D_{50}=1$  mm,  $C_u=1.5$ , Lelong<sup>[51]</sup>)。为了更准确地描述颗粒破碎随塑性功的变化规律, 可引入幂指数  $n$  如下:

$$B_r^* = \frac{(w_p)^n}{a + (w_p)^n} \quad (2)$$

其中, 对于不同砂土按最小方差控制原则而取得的参数  $a$  和  $n$  的值列于图 5 (a)。

由于塑性功在循环载荷变形下可累计, 这种塑性功的累积是否同样可描述颗粒破碎的累积? 为此, 笔者针对石灰质颗粒集合体 (所有试样均等初始孔隙比  $e_0=1.05$ ), 开展了排水条件下的静三轴和动三轴试验:

不同围压下的静力试验 (25, 50, 100, 400, 800 kPa) 和围压 400 kPa 下不同应力路径的动力试验 (平均应力不变、围压不变、偏应力不变, 且不同循环次数)。按文献<sup>[42]</sup>方法整理出试验结果, 图 5 (b) 表明, 用静力试验建立起来的塑性功  $w_p$  与颗粒破碎级配  $B_r^*$  的关系也同样适用于循环加载试验的结果。

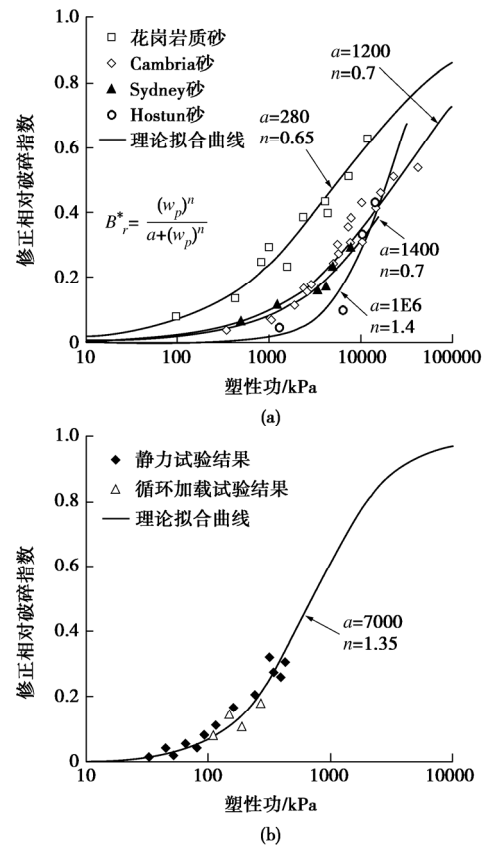


图 5 不同粒状材料的修正相对破碎指数随塑性功的变化规律  
Fig. 5 Evolution of modified relative breakage index versus plastic work for different granular materials

因此, 本构方程 (2) 可以同时描述静力及循环载荷过程中的累计颗粒破碎, 可应用于现有的砂土动力弹塑性本构模型以描述材料在应力应变过程中颗粒破碎发生的大小。

#### 3.2 颗粒破碎对材料力学特性的影响机理

前述试验结果表明, 颗粒破碎造成粒状材料的压缩性和剪缩性变大, 且剪切刚度及其强度变弱 (图 6)。这一现象可以通过引入临界状态线的漂移概念<sup>[41-42]</sup>, 由应力状态点与临界状态线的相对位置变化来解释: 颗粒破碎下临界状态线的下移可引起“ $e - e_c$ ”或“ $e/e_c$ ”变大<sup>[52-53]</sup>, 由式 (3) 和 (4) 可知, 直接导致剪切刚度及其强度变弱 ( $M_p$  或  $\tan \phi_p$  变小) 且剪缩性变大 ( $M_{pt}$  或  $\tan \phi_{pt}$  变大)。

$$M_p = M \exp[-a(e - e_c)] \tan \phi_p = \left(\frac{e}{e_c}\right)^{-1} \tan \phi_{\mu} \quad (3)$$

$$M_{pt} = M \exp[b(e - e_c)] \tan \phi_{pt} = \left(\frac{e}{e_c}\right) \tan \phi_{\mu}, \quad (4)$$

式中,  $M$  可以通过合理的三维化方法描述强度的罗德角相关性, 如 Yao 等的变换应力空间法<sup>[54-55]</sup>。值得一提的是, 对于粗粒土强度的颗粒破碎效应, 笔者<sup>[4]</sup>在法国力学与土木工程实验室应用大三轴试验仪, 针对易破碎钙质粗粒土, 研究了其强度的颗粒破碎非线性效应, 并应用“临界状态线漂移”的概念结合式(3)、(4), 描述了颗粒破碎对钙质粗粒土强度的非线性影响规律。

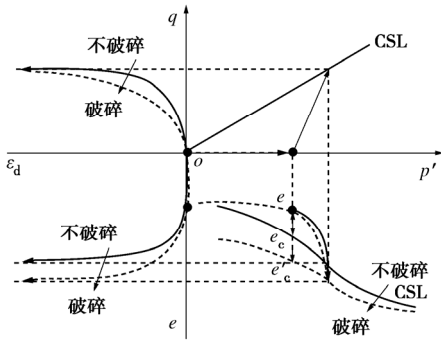


图 6 颗粒破碎对可破碎材料应力应变关系影响的示意图  
Fig. 6 Illustration for stress strain response of crushable granular materials

由于砂土的临界状态线本身具有应力水平相关的非线性, 难于界定颗粒破碎对临界状态线的影响, 因此在颗粒破碎过程中临界状态线的漂移与否及其漂移规律是揭示颗粒破碎对材料力学特性的影响机理的关键所在。

(1) 临界状态线漂移的数值试验佐证

由于离散元法有试样制作一致性较好, 颗粒性质一致性较好, 及加载过程一致性较好等优点, Muir Wood 等<sup>[14]</sup>应用 PFC<sup>2D</sup> 配置不同级配的圆盘进行双轴数值试验, 揭示颗粒级配对临界状态线的影响。

由于二维条件同实际三维条件差别较大, 笔者应用 PFC<sup>3D</sup> 配置了不同颗粒级配的试样(不均匀系数  $C_u$  分别为 1.2, 2.4, 3.6, 颗粒总数均在 3000 颗以上, 单颗粒密度为  $2630 \text{ kg/m}^3$ , 初始孔隙比为 0.667, 法向与切向接触刚度分别为  $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}$  和  $1.0 \times 10^8 \text{ N/m}$ , 颗粒间摩擦系数为 0.5) 进行三轴排水剪切数值试验。图 7 (a) 为围压在 500 kPa 时 3 个试样的应力应变曲线, 图 7 (b) 为 3 种级配的试样在不同围压下做排水剪切试验而得到的临界状态线以及围压在 500 kPa 时 3 种级配试样的应力-孔隙比路径。结果表明颗粒级配越不均匀  $e - \lg p$  上的临界状态线越低, 这一结论可作为粒状材料在颗粒破碎过程中临界状态线下移的一个佐证。

(2) 临界状态线漂移的试验证明

Coop 等<sup>[56]</sup>针对不同颗粒破碎程度的 Dog's Bay Sand 在相同的低围压下进行了三轴试验, 并明确指出在颗粒破碎过程中临界状态线有漂移现象。

为了进一步揭示临界状态线在颗粒破碎过程中漂移的现象, 笔者针对较容易破碎的石灰质颗粒, 制备 2 个等初始孔隙比的试样 ( $e_0 = 1.1$ ), 开展了一组常规排水剪切试验: #1 试样各向同性压到 100 kPa, 再保持围压不变, 轴向加载到应变 25%; #2 试样各向同性压到 800 kPa 再卸载到 100 kPa, 再保持围压不变, 轴向加载到应变 25%。

临界状态线的基础在于材料临界状态的定义, 即材料在连续剪切变形下保持体积不变。如果临界状态线可以漂移, 那么临界状态概念将不再有效。介于前述临界状态线的颗粒级配相关性, 还是可以合理地认为颗粒破碎造成颗粒级配的变化而引起临界状态线的漂移。为此, 研究者们<sup>[39, 41-42]</sup>拓展了传统临界状态的概念, 定义轴向应变较大时(如 20%~25%)的应力-孔隙比状态为对应于此时颗粒级配的临界状态。由此, 基于试验结果(见图 8), 各向同性压缩到 800 kPa 造成了一定量的颗粒破碎, 导致颗粒破碎量较大的 #2 试样 ( $B_r^* = 0.152$ ) 的临界状态低于 #1 试样 ( $B_r^* = 0.116$ ), 此结果与图 7 所示结果一致。

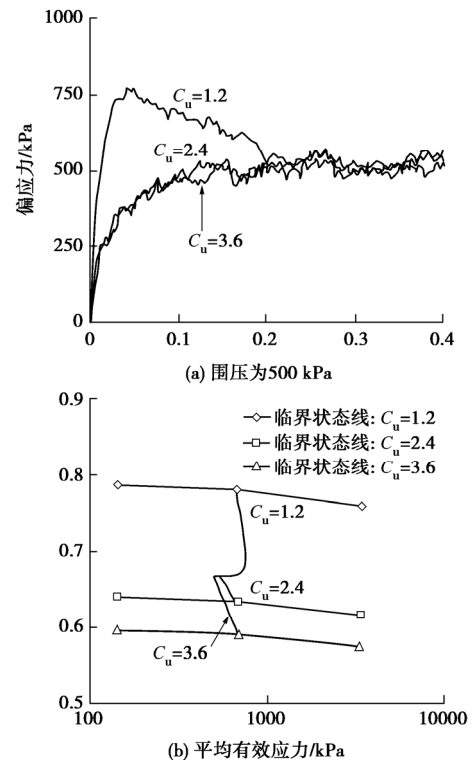


图 7 不同颗粒级配粒状材料的应力应变及孔隙比-应力路径变化规律

Fig. 7 Evolution of stress strain and stress-void ratio path for granular materials with different grain size distributions

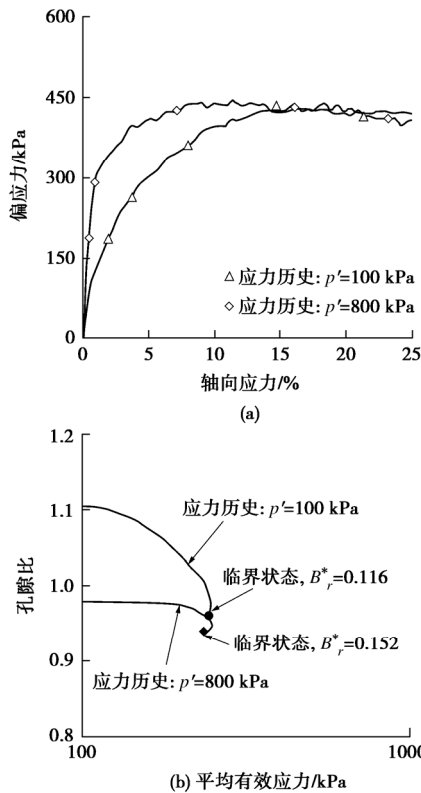


图 8 石灰质颗粒集三轴排水压缩剪切试验结果

Fig. 8 Results of triaxial shearing tests under compression and drained conditions for limestone grain assemblies

(3) 临界状态线随颗粒破碎的漂移规律

基于临界状态线的漂移对于揭示颗粒破碎对粒状材料力学特性的影响机理的重要性, 在此引入颗粒破碎因子  $B_r^*$  来建立考虑颗粒破碎效应的临界状态线漂移规律。

关于  $e - \lg p'$  平面上砂土临界状态线的描述, 本文采用 Biarez 等<sup>[11]</sup>的做法:

$$e_c = e_{ref} - \lambda_c \ln \left( \frac{p'}{p_{at}} \right) \quad (5)$$

式中  $e_c$  为针对当前平均应力  $p'$  时的临界孔隙比;  $\lambda_c$  为临界状态线的斜率;  $e_{ref}$  为参考临界孔隙比, 可控制临界状态线的位置, 因此对于可破碎颗粒材料, 临界状态线的漂移便可通过  $e_{ref}$  的变化来实现。

为了寻求适用于一般砂土的临界状态线漂移规律, 笔者搜集了不同砂土花岗岩质砂 (Kim<sup>[47]</sup>)、Cambria 砂 (Yamamuro 等<sup>[48]</sup>、Lade 等<sup>[49]</sup>; Bopp 等<sup>[50]</sup>)、Sydney 砂 (Russell 等<sup>[37]</sup>)、Hostun 砂 (Lelong<sup>[51]</sup>) 的试验资料, 参照文献<sup>[42]</sup>的方法整理出临界状态线位置 (即参考临界孔隙比) 与修正相对破碎指数的关系, 如图 9 所示。如前所示, 为了更准确地描述参考临界孔隙比随颗粒破的变化规律, 可引入幂指数  $m$  如下:

$$e_{ref} = e_{ref0} - \frac{(B_r^*)^m (e_{ref0} - e_{ref\mu})}{b + (B_r^*)^m} \quad (6)$$

式中,  $e_{ref0}$  为对应于颗粒初始级配时的初始参考临界孔隙比,  $e_{ref}$  为对应于极限颗粒破碎<sup>[6-7]</sup>时的极限参考临界孔隙比,  $e_{ref0}$  和  $e_{ref}$  均可通过试验结果得到; 对于不同砂土按最小方差控制原则而取得的参数  $b$  和  $m$  的值列于图 9。

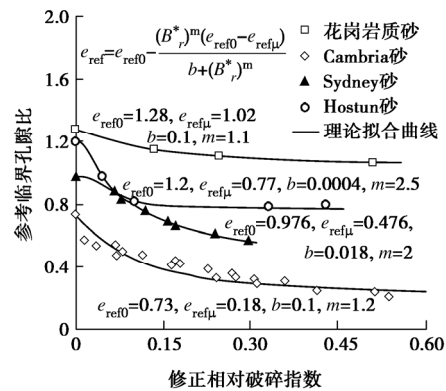


图 9 不同粒状材料的参考临界孔隙比随修正相对破碎指数的变化规律

Fig. 9 Evolution of reference critical void ratio versus modified relative breakage index for different granular materials

由此, 可破碎颗粒材料在应力应变过程中的颗粒级配变化可由修正相对破碎指数来表示, 且由塑性功来确定 (式 (2)); 然后再通过修正相对破碎指数来确定临界状态线的位置 (式 (5) \ (6)), 进而可通过当前状态与临界状态线的相对位置来评价颗粒破碎对颗粒材料力学特性的影响 (式 (3) \ (4))。

4 结 语

粒状材料的颗粒破碎可由反映颗粒级配变化的破碎因子来描述。在所提出的破碎因子中, 修正相对破碎指数  $e_{ref0}$  针对不同材料在破碎过程中均能从 0 变化到 1, 因此在评价比较材料的破碎程度时较为统一。

不同加载条件下 (一维及等向压缩、三轴剪切、扭剪及单剪等) 的试验研究很好地总结了颗粒破碎对材料力学性能的影响, 但在如何建立同时适用于静力及动力作用下颗粒破碎的大小, 及如何解释颗粒破碎对应力-应变产生影响等方面还存在着不足之处。

考虑颗粒破碎效应的粒状材料力学本构模拟方法主要有一维及等向压缩模型、三维剪切模型及基于离散元法的微观土力学模型。微观模型能较好地解释力学机理, 但在工程应用上较为困难。而现有宏观模型在同时确定静动力作用下颗粒破碎的大小, 及其对临界状态线位置的影响, 进而准确预测应力-应变关系,



都还有待于进一步发展。

基于此,通过对不同粒状材料试验结果(花岗岩质砂、Cambria砂、Sydney砂、Hostun砂、石灰质颗粒集合体等)的分析并结合笔者近年来的研究成果,提出了同时适用于静力及动力作用下颗粒破碎(修正相对破碎指数 $B_r^*$ )随应力应变(塑性功 $w_p$ )的变化规律。此外,鉴于应力状态点与临界状态线的相对位置对于评价粒状材料剪切刚度、强度及剪胀剪缩性的关键性,提出了适用于多种粒状材料的临界状态线的位置(参考临界孔隙比 $e_{ref}$ )随颗粒破碎(修正相对破碎指数 $B_r^*$ )的变化规律。上述以修正相对破碎指数为纽带的本构方程可直接应用于考虑颗粒破碎效应的粒状材料静动力本构模型的开发。

此外,未来的研究重点可放在颗粒间摩擦消耗功的量化、颗粒粒径相关的颗粒破碎规律、颗粒形状相关的颗粒破碎规律以及矿物成份相关的颗粒破碎规律等等。

#### 参考文献:

- [1] 黄文竟. 高应力条件下天然石英砂的颗粒破碎机理[J]. 中国水运(学术版), 2007, 7(5): 28–29. (HUANG Wen-jing. Under high stress condition natural quartz sand pellet kill mechanism[J]. China Water Transport (Academic Version), 2007, 7(5): 28–29. (in Chinese))
- [2] 张家铭, 蒋国盛, 汪稔, 等. 颗粒破碎及剪胀对钙质砂抗剪强度影响研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 2043–2048. (ZHANG Jia-ming, JIANG Guo-sheng, WANG Ren, et al. Research on influences of particle breakage and dilatancy on shear strength of calcareous sands[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(7): 2043–2048. (in Chinese))
- [3] 刘崇权, 汪稔, 吴新生, 等. 钙质砂物理力学性质试验中的几个问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(2): 209–212. (LIU Chong-quan, WANG Ren, WU Xin-sheng, et al. Some problems for the tests of physico-mechanical properties of calcareous sand[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(2): 209–212. (in Chinese))
- [4] HU W. Contribution a l'étude de l'effet d'échelle dans les matériaux granulaires[D]. Nantes: Ecole Centrale de Nantes, 2009. (HU W. Contribution to the scale effect of granular materials[D]. Nantes: Central University of Nantes, 2009. (in French))
- [5] LEE K L, FARHOOMAND I. Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1967, 4(1): 68–86.
- [6] MCDOWELL G R. On the yielding and plastic compression of sand[J]. Soils and Foundations, 2002, 42(1): 139–145
- [7] COOP M R, SORENSEN K K, FREITAS T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, 54(3): 157–163.
- [8] MARSAL R J. Large-scale testing of rockfills materials[J]. Journal of the soil mechanics and foundation engineering ASCE, 1967, 93(2): 27–44.
- [9] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 1985, 111(10): 1177–1192.
- [10] LADE P V, YAMAMURO J A, BOPP P A. Significance of particle crushing in granular materials[J]. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 1996, 122(4): 309–316.
- [11] BIAREZ J, HICHER P Y. Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires[J]. Revue Française de Génie Civil, 1997, 1(4): 607–631. (BIAREZ J, HICHER P Y. Influence of grading and grain breakage induced grading change on the mechanical behavior of granular materials[J]. French Journal of Civil Engineering, 1997, 1(4): 607–631. (in French))
- [12] NAKATA Y, HYDE A F L, HYODO M, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. Géotechnique, 1999, 49(5): 567–583.
- [13] EINAV I. Breakage mechanics-part I: theory[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2007, 55(6): 1274–1297.
- [14] MUIR WOOD D, MAEDA K. Changing grading of soil: effect on critical state[J]. Acta Geotechnica, 2008, 3(1): 3–14.
- [15] VALDES J R, KOPRULU E. Internal stability of crushed sands: Experimental study[J]. Géotechnique, 2008, 58(8): 615–622.
- [16] 常俊, 陈新民, 吕杨. 高应力条件下南京砂破碎特性的试验[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2008, 30(4): 88–92. (CHANG Jun, CHEN Xin-min, LÜ Yang. Experiment on particle crush mechanism of Nanjing Sand under high stress[J]. Journal of Nanjing University of Technology (Natural Science Edition), 2008, 30(4): 88–92. (in Chinese))
- [17] 张季如, 祝杰, 黄文竟, 等. 侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(6): 783–789. (ZHANG Ji-ru, ZHU Jie, HUANG Wen-jing, et al. Crushing and fractal behaviors of quartz sand-gravel particles under confined compression[J]. Chinese Journal of

- Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 783 – 789. (in Chinese))
- [18] HYODO M, HYDE A F L, ARAMAKI N, et al. Undrained monotonic and cyclic shear behaviour of sand under low and high confining stresses[J]. Soils and Foundations, 2002, **42**(3): 63 – 76.
- [19] DONOHUE S, O'SULLIVAN C, LONG M. Particle breakage during cyclic triaxial loading of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2009, **59**(5): 477 – 482.
- [20] INDRARATNA B, VINOD J S, LACKENBY J. Influence of particle breakage on the resilient modulus of railway ballast[J]. Géotechnique, 2009, **59**(7): 643 – 646.
- [21] KARIMPOUR H, LADE P V. Time Effects Relate to Crushing in Sand[J]. J. Geotech and Geoenviron Engrg, 2010, **136**(9): 1209 – 1219.
- [22] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(4): 562 – 566. (QIN Hong-yu, GAO Yu-Feng, ZHOU Yun-dong, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(4): 562 – 566. (in Chinese))
- [23] 杨光, 张丙印, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料的颗粒破碎试验研究[J]. 水利学报, 2010, **41**(3): 338 – 342. (YANG Guang, ZHANG Bing-yin, YU Yu-zhen, et al. An experimental study on particle breakage of coarse-grained materials under various stress paths[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, **41**(3): 338 – 342. (in Chinese))
- [24] TARANTINO A, HYDE A F L. An experimental investigation of work dissipation in crushable materials[J]. Géotechnique, 2005, **55**(8): 575 – 584.
- [25] YANG Z X, JARDINE R J, ZHU B T, et al. Sand grain crushing and interface shearing during displacement pile installation in sand[J]. Géotechnique, 2010, **60**(6): 469 – 482.
- [26] 周杰, 周国庆, 赵光思, 等. 高应力下剪切速率对砂土抗剪强度影响研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(9): 2805 – 2810. (ZHOU Jie, ZHOU Guo-qing, ZHAO Guang-si, et al. Analysis of influence of shear rate on shear strength of sand under high stress[J]. Rock and soil mechanics, 2010, **31**(9): 2805 – 2810. (in Chinese))
- [27] PESTANA J M, WHITTLE A J. Compression model for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 1995, **45**(4): 611 – 631.
- [28] SHENG D, YAO Y P, CARTER J P. A volume-stress model for sands under isotropic and critical stress states[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**(11): 1639 – 1645.
- [29] SUN D A, HUANG W X, SHENG D, et al. An elastoplastic model for granular materials exhibiting particle crushing[J]. Key Engineering Materials, 2007, **340/341**(2): 1273 – 1278.
- [30] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. Soils and Foundations, 2008, **48**(4): 601 – 608.
- [31] 姚仰平, 万征, 陈生水. 考虑颗粒破碎的动力 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(7): 1036 – 1044. (YAO Yang-ping, WAN Zheng, CHEN Sheng-shui. Dynamic UH model considering particle crushing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(7): 1036 – 1044. (in Chinese))
- [32] 申存科, 迟世春, 贾宇峰. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土本构关系[J]. 岩土力学, 2010, **31**(7): 2111 – 2121. (SHEN Cun-ke, CHI Shi-chun, JIA Yu-feng. A constitutive model for coarse granular soil incorporating particle breakage[J]. Rock and soil mechanics, 2010, **31**(7): 2111 – 2121. (in Chinese))
- [33] 孙海忠, 黄茂松. 考虑颗粒破碎的粗粒土临界状态弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(8): 1284 – 1290. (SUN Hai-zhong, HUANG Mao-song. Critical state elasto-plastic model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(8): 1284 – 1290. (in Chinese))
- [34] 汪稔, 孙吉主. 钙质砂不排水性状的损伤-滑移耦合作用分析[J]. 水利学报, 2002(7): 75 – 78. (WANG Ren, SUN Ji-zhu. Damage-slide coupled interaction behavior of undrained calcareous sand[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002(7): 75 – 78. (in Chinese))
- [35] 孙吉主, 罗新文. 考虑剪胀性与状态相关的钙质砂双屈服面模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(10): 2145 – 2149. (SUN Ji-zhu, LUO Xin-wen. Study on a two-yield surface model with consideration of state-dependent dilatancy for calcareous sand[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(10): 2145 – 2149. (in Chinese))
- [36] 米占宽, 李国英, 陈铁林. 考虑颗粒破碎的堆石体本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(12): 1865 – 1869. (MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Tie-lin. Constitutive model for rockfill material considering grain crushing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(12): 1865 – 1869. (in Chinese))
- [37] RUSSELL A R, KHALILI N. A bounding surface plasticity model for sands exhibiting particle crushing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(6): 1179 – 1192.

- [38] SIMONINI P. Analysis of behavior of sand surrounding pile tips[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **122**(11): 897 – 905.
- [39] DAOUADJI A, HICHER P-Y, RAHMA A. An elastoplastic model for granular materials taking into account particle crushing[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2001, **20**(1): 113 – 137.
- [40] CECCONI M, DESIMONE A, TAMAGNINI C, et al. A constitutive model for granular materials with grain crushing and its application to a pyroclastic soil[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2002, **26**(15): 1531 – 1560.
- [41] KIKUMOTO M, MUIR Wood D, RUSSELL A. Particle crushing and deformation behavior[J]. *Soils and Foundations*, 2010, **50**(4): 547 – 563.
- [42] HU W, YIN Z-Y, DANO C, et al. A constitutive model for granular materials considering particle crushing[J]. *Science in China Series E*, 2011, **54**(8): 2188 – 2196.
- [43] CHENG Y P, BOLTON M D, NAKATA Y. Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM[J]. *Géotechnique*, 2004, **54**(2): 131 – 141.
- [44] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E. DEM analysis of crushing around driven piles in granular materials[J]. *Géotechnique*, 2005, **55**(8): 617 – 623.
- [45] 史旦达, 周 健, 贾敏才, 等. 考虑颗粒破碎的砂土高应力一维压缩特性颗粒流模拟[J]. *岩土工程学报*, 2007, **29**(5): 736 – 742. (SHI Dan-da, ZHOU Jian, JIA Min-cai, et al. Numerical simulations of particle breakage property of sand under high pressure 1D compression condition by use of particle flow code[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, **29**(5): 736 – 742. (in Chinese))
- [46] DELUZARCHE R, CAMBOU B. Discrete numerical modelling of rockfill dams[J]. *Int J Numer Anal Geomech*, 2006, **30**: 1075 – 1096.
- [47] KIM M S. Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes[D]. Paris: École Centrale de Paris, 1995. (KIM M S. Experimental study of mechanical behavior of granular materials under high stresses[D]. Paris: Central University of Paris, 1995. (in French))
- [48] YAMAMURO J A, LADE P V. Drained sand behavior in axisymmetric tests at high pressures[J]. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 1996, **122**(2): 109 – 119.
- [49] LADE P V, BOPP P A. Relative density effects on drained sand behaviour at high pressures[J]. *Soils and Foundations*, 2005, **45**(1): 1 – 13.
- [50] BOPP P A, LADE P V. Relative density effects on undrained sand behavior at high pressures[J]. *Soils and Foundations*, 2005, **45**(1): 15 – 26.
- [51] LÊLONG. Contribution a l'étude des propriétés mécanique des sols sous fortes pressions[D]. Grenoble: Université de Grenoble, 1968. (LÊLONG. Contribution to mechanical properties[D]. Grenoble: University of Grenoble, 1968. (in French))
- [52] YIN Z Y, CHANG C S, HICHER P Y. Micromechanical modelling for effect of inherent anisotropy on cyclic behaviour of sand[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, **47**(14/15): 1933 – 1951.
- [53] YIN Z Y, CHANG C S. Stress-dilatancy for sand under loading and unloading conditions[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2012, DOI: 10.1002/nag. 1125.
- [54] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(5): 451 – 469.
- [55] YAO Y P, LU D C, ZHOU A N, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. *Science in China Ser.E Engineering & Materials Science*, 2004, **47**(6): 691 – 709.
- [56] BANDINI V, COOP M R. The influence of particle breakage on the location of the critical state line of sands[J]. *Soils and Foundations*, 2011, **51**(4): 591 – 600.